

## МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ: ГРАНИЦЫ ВЫБОРА ПОЛЮСОВ

А. Г. Александров

Институт проблем управления РАН, Москва, Россия

В исследованиях по анализу устойчивости систем управления при параметрических возмущениях можно выделить два направления. В первом эти возмущения описываются заданным множеством возможных значений параметров [1]. Во втором направлении показателями чувствительности системы к параметрическим возмущениям служат запасы устойчивости по фазе и модулю, обобщением которых является радиус запасов устойчивости [2], используемый ниже.

Цель работы состоит в определении областей корней модального полинома, в которых система управления обладает запасом устойчивости.

Рассматривается система управления, описываемая уравнениями

$$(1) \quad d(s)y = k(s)u, \quad g(s)u = r(s)y,$$

где  $s$ -символ дифференцирования либо символ преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях,  $d(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} d_i s^i = \prod_{i=1}^n (s + s_i)$ ,  $k(s) = \sum_{i=0}^m k_i s^i$ ,  $m < n$ ,  $g(s) = \sum_{i=0}^{n-1} g_i s^i$ ,  $r(s) = \sum_{i=0}^{n-1} r_i s^i$ . Полиномы  $g(s)$  и  $r(s)$  регулятора находятся как решение тождества Безу:  $d(s)g(s) - k(s)r(s) = \prod_{i=1}^{n-1} (e_i \eta s + 1) \psi(s)$ , в котором  $\psi(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} \psi_i s^i = \prod_{i=1}^n (s + p_i)$ - задаваемый модальный полином, все корни (полюса) которого отрицательные вещественные числа,  $e_i$  ( $i = \overline{1, n-1}$ )-заданные положительные числа,  $\eta$ -достаточно малое положительное число такое, что числа  $(e_i \eta)^{-1} > \max_{1 \leq i \leq n} (p_i)$ , ( $i = \overline{1, n-1}$ ).

Радиус запасов устойчивости определяется как

$$(2) \quad r^2 = \inf_{0 \leq \omega \leq \infty} [1 + w(-j\omega)] [1 + w(j\omega)], \quad w(s) = -\frac{k(s)}{d(s)} \frac{r(s)}{g(s)}.$$

Система(1) имеет запас устойчивости, если  $r > r^*$ , где  $r^* = 0.75$

*Случай*  $k(s) = 1$

Утверждение 1. Если  $\psi_0 \leq r^* |d_0|$ , то система (1) не обладает запасом устойчивости:  $r < r^*$

Утверждение 2. Если  $p_i > |s_i|$ , ( $i = \overline{1, n}$ ), то система (1) имеет запас устойчивости:  $r \geq r^*$ .

Утверждение 3. Если  $p_i > |s_i|, (i = \overline{2, n}), |s_1| > p_1 > \max_{2 \leq i \leq n} (p_i)$ , то всегда существует достаточно большой по модулю корень  $s_1$ , что система (1) не имеет запаса устойчивости:  $r < r^*$ .

*Случай*  $k(s) = -Ts + 1$

Утверждение 4. Если  $p_i > |s_i|, (i = \overline{1, n})$ , то существует достаточно малая постоянная времени  $T$ , удовлетворяющая неравенствам  $|T^{-1}| > \max_{1 \leq i \leq n} p_i, |T^{-1}| > \max_{1 \leq i \leq n} |s_i|$  такая, что система (1) имеет запас устойчивости:  $r > r^*$ .

Утверждение 5. Если  $T > 0$ , а корни модального полинома удовлетворяют неравенствам  $p_n \geq p_{n-1} \geq \dots \geq p_1 > T^{-1} > |s_n| \geq |s_{n-1}| \geq \dots \geq |s_1|$ , то существуют числа  $T, s_n$  такие, что система (1) не обладает необходимым запасом устойчивости:  $r < r^*$ .

### Список литературы

1. Поляк Б.Е., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Александров А.Г. Запасы устойчивости систем оптимального и модального управления. Автоматика и Телемеханика, No 8, 2007, С. 4-20.

### POLE PLACEMENT: ADMISSIBLE REGIONS

A. G. Alexandrov

Institute of Control Science, Moscow, Russia

The phase and gain margins of stability of the control system designed by the pole placement technique are investigated. This technique allows to find a feedback for the case when all poles of the closed-loop system are specified.

The pole placement regions, where the margins are less the admissible values, are derived. These regions depend on poles of the plant transfer function.